



TITLE:

動的スケーリング則からのはずれ:  
液体 $^4\text{He}$ のラムダ点近傍における  
超音波吸収の場合(動的臨界現象の  
研究,研究会報告)

AUTHOR(S):

三宅, 和正

---

CITATION:

三宅, 和正. 動的スケーリング則からのはずれ: 液体 $^4\text{He}$ のラムダ点近傍における超音波吸収の場合(動的臨界現象の研究,研究会報告). 物性研究 1981, 37(2): 102-104

ISSUE DATE:

1981-11-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/90390>

RIGHT:

三宅和正

of the entropy density. Kubo relations provide two integral equations relating  $\gamma_\psi$  and  $\gamma_S$ , the order parameter and entropy decay rates, respectively. Dynamic scaling predicts that at the  $\lambda$  point the ratio  $\gamma_\psi/\gamma_S = \omega$  should be a constant, independent of wave number. J. K. Bhattacharjee and I have studied the conditions for the vanishing of  $\omega$ . We found that this may actually happen in liquid helium, signifying a breakdown of dynamic scaling. The breakdown is mainly of academic interest, however, because it occurs in a very small region of parameter space, experimentally inaccessible. The experiments are carried out mainly in the van Hove region, or precritical region, where the theory simplifies greatly. We are consequently able to obtain closed expressions which give a good account of the thermal conductivity, the light scattering spectrum, and the damping of second sound. The damping of first sound involves the fluctuations referred to above less directly and has necessitated the development of a new general theory for critical ultrasonic attenuation. Bhattacharjee and I have arrived at such a theory by going back to the basic idea introduced by Laplace almost two hundred years ago. In 1816 Laplace corrected Newton's calculation of the speed of sound by noting that a pressure wave in a fluid produces adiabatic heating and cooling. Over one hundred years later Rice and Herzfeld pointed out that these temperature variations produce sound attenuation in polyatomic gases. This is because the internal vibrational modes require time to come into equilibrium, resulting in hysteresis and energy dissipation. J. K. Bhattacharjee and I have built our theory of critical ultrasonic attenuation based on this very same idea. In place of internal vibrational modes we are dealing with the Fourier components of the order parameter having a continuous distribution of relaxation rates. The mathematical details of this theory are contained in the frequency dependent specific heat, which is determined *a priori* from thermodynamic and hydrodynamic data. The resulting predictions of critical attenuation and dispersion are in excellent agreement with experimental measurements.

### 動的スケーリング則からのはずれ

—液体  $^4\text{He}$  のラムダ点近傍における超音波吸収の場合—

名大・理 三宅和正

動的臨界現象に対して、動的スケーリングの考え方およびその微視的な基礎を成すと考えら

れる「くりこみ群」の方法によるアプローチは多くの成果を上げて来ている。しかし、液体  $^4\text{He}$  の動的臨界現象については詳しく見ると動的スケーリングの予測からの小さいが系統的なはずれが存在することが判って来た。実際、LT 12 (1970) での Ahlers の招待講演の中にも既に、熱伝導係数の異常を与える臨界指数には Ferrell や Halperin-Hohenberg が当初予言した  $1/3$  から  $20\%$  程度のずれが見られることが報告されている。同様のことは、ラムダ点直上での超音波吸収  $\alpha_\lambda(\omega)$  の振動数依存性やオーダーパラメタの緩和時間  $\tau(t)$  の温度依存性についてより顕著であることが、超音波伝播の詳しい実験により明らかにされた。

熱伝導係数に関するこの「はずれ」は、最近理論的には、 $^4\text{He II}$  と同じ動的構造をもつと考えられる Halperin-Hohenberg-Siggia の F 又 E モデルの「くりこみ群」方程式の固定点のまわりの transient の効果として捉えられており、実験データの定量的に満足のいく説明も与えられている。この報告の目的は、 $\alpha_\lambda(\omega)$  および  $\tau(t)$  に関する動的スケーリング則からの「はずれ」について、上記の考え方を発展させて統一的に理解することである。<sup>\*</sup>

久保一森の輸送係数の一般論と流体力学によれば、超音波吸収  $\alpha(\omega)$  は

$$\alpha(\omega) \propto \omega^2 \operatorname{Re} \left[ \frac{4}{3} \eta(\omega) + \zeta_2(\omega) \right] \quad (1)$$

と書ける。ここに、カッコの中身は、揺動散逸定理により、ストレス・テンソル  $\Pi_{xx}$  に対する応答函数  $\chi_\Pi(k, \omega)$  を用いると  $\operatorname{Im} \chi_\Pi(0, \omega)/\omega$  に等しい。従って、

$$\alpha(\omega) \propto \omega \operatorname{Im} \chi_\Pi(0, \omega). \quad (2)$$

F モデルによればストレス・テンソルは、

$$\begin{aligned} \Pi_{\alpha\beta} = \frac{\hbar^2}{4m_4} & (\nabla_\alpha \phi^* \nabla_\beta \phi - \phi^* \nabla_\alpha \nabla_\beta \phi + \text{C.C.}) \\ & + A \phi^* \phi + Bm + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

と展開できる。 $A, B$  は定数であり  $m_4$  は  $^4\text{He}$  の質量を表わす。

$\chi_\Pi(0, \omega)$  には (3) 式のうち  $|\phi|^2$  の項のみが効くので、 $\chi_\Pi(k, \omega)$  に対して次の「くりこみ群」の関係式が成り立つ：

$$\chi_\Pi(k, \omega; \mu_0) = s^{\frac{\tilde{\alpha}}{\nu}} \chi_\Pi(sk, s^z \omega; \mu_s) \quad (4)$$

<sup>\*</sup> この問題については、Ferrell 教授らによる直観的で定量的に実験との一致もよい理論が提案されている。Ferrell 理論と伝統的な線型応答の理論との間の関係は今後の問題であろう。

ここに、 $\mu_s$  は  $\xi^{-1} \lesssim A/s < p < A$  ( $\xi$  は相関距離、 $A$  は短波長の cut-off) の波数  $p$  をもつモードをくりこんだ「パラメタ空間」であり、 $\tilde{\alpha} \equiv \max(\alpha, 0)$ 。

(4)式において  $s = (\omega\tau_0)^{-1/z}$  ( $\tau_0$  はラムダ点から離れた点での characteristic time) と置くことが許され、(2)式とともに用いると、 $\alpha_\lambda(\omega)$  に対し次の関係が成り立つ：

$$\alpha_\lambda(\omega) \propto \omega^{1 - \frac{\tilde{\alpha}}{\nu z}} \operatorname{Im} \chi_{II}(0, \tau_0^{-1}; \mu_{(\omega\tau_0)^{-1/z}}) \quad (5)$$

この表式に基づいて、transient の効果即ち  $\mu$  から生じる  $\omega$  依存性について調べることができる。One-Loop の計算の範囲で判ったことは、 $\tau(t)$  に関する transient の効果は一種の普遍的関係にある。即ち、 $\alpha_\lambda(\omega)/\omega^{1 - \frac{\tilde{\alpha}}{\nu z}}$  および  $[\tau(t)/\xi^z]^{-1}$  は、いずれも F モデルの動的パラメタ  $\Gamma'_s$  に比例する（ただし、前者では  $s = (\omega\tau_0)^{-1/z}$  後者では  $s = \xi A$  と置く）。実験的にもこのことはよく成り立っているように見える。

(ii) F モデルの「パラメタ空間」 $\mu$  に対する「くりこみ群」の方程式 (Halperin-Hohenberg-Nelson) を解いて transient の効果を数値的に評価した結果は、 $\alpha_\lambda(\omega)$  および  $\tau(t)$  の実験データとの一致は悪くない。

詳しいことについては、Prog. Theor. Phys. 66 (1981), No.2 参照。

## 臨界点近傍にある流体中での高周波音波伝播とモード結合理論

九大・理 志波 康博・川崎 恭治

臨界点近傍のゆらぎのダイナミクスを探るのに、超音波伝播の分散・吸収は基本的な手段の1つである。川崎は、臨界点付近にある1成分古典流体中の超音波伝播の振舞いを説明するために、音波モードが2つの熱流モードを放出したり吸収したりする過程からのエネルギー散逸を考えた<sup>1)</sup>。しかし最近になって、この川崎によるモード結合理論と実験とのくいちがいが、深刻なものであることが認識されてきた<sup>2)</sup>。すなわち、高周波音波伝播（あるいは、臨界点に極めて近いところでの超音波伝播）の挙動は、理論の予言するそれと、定性的に異ったものとなっているのである。

我々は、この困難は、従来の川崎理論で考慮されていない、音波モードが4つの熱流モードに崩壊する過程をとり入れることで除かれることを指摘した<sup>3)</sup>。